

ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕТОКА
В УЧАСТКЕ НЕФТЯНОЙ ЗАЛЕЖИ

Т.К.РАМАЗАНОВ, Р.А.МАМЕДЗАДЕ

Бакинский Государственный Университет

Азербайджанское Национальное Аэрокосмическое Агентство НАНА

В работе исследован вопрос учета геофизической информации по гидродинамическим параметрам и структуре нефтяного пласта при идентификации гидропроводности и приведенного коэффициента перетока. Учитывая эти данные по гидропроводности в скважинах и по перетокам в перемычках, участок залежи был разбит на зоны неоднородности вокруг скважины. Предложен численный алгоритм, на основе которого проведен расчет плоской задачи идентификации процесса перетока в участок нефтяной залежи.

При разработке нефтяных месторождений и на различных стадиях их эксплуатации всегда изменяется объем геолого-геофизической информации. В процессе фильтрации геологическое строение отдельных участков залежи увязываются с промыслово – геофизическими данными, полученными в результате длительной эксплуатации, и с материалами бурения резервных и оценочных скважин. Это требует часто менять геологическую основу математической модели. Отсюда следует, что для разработки нефтяной залежи необходимо рассматривать два цикла. Один из них – изучение геологической структуры залежи, второй – построение адекватных математических моделей, отражающих геологические характеристики в гидродинамических расчетах.

Считаем, что в каждой зоне геологические гидропроводности σ^s и приведенный коэффициент перетока α^s являются постоянными величинами, а в межскважинном пространстве искомые σ и α приближаются к σ^s и α^s .

В этом случае задача идентификации сводится к минимизации некоторого функционала и относится к классу некорректных задач. Отыскиваем такие функции $\sigma(x, y)$ и $\alpha(x, y)$, которые бы давали минимум функционалу [1,2]

$$J = A \sum_{k=1}^N (q_k^v - q_k)^2 + \beta_1 B \iint_D (\sigma^s - \sigma)^2 ds + \iint_D (\alpha^s - \alpha)^2 ds, \quad (1)$$

удовлетворяли уравнению [3]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma \frac{\partial p}{\partial y} \right) - \alpha p = 0, \quad (2)$$

с условием

$$p|_{\gamma} = p(\gamma), \quad q_k = \int_{\gamma_k} \sigma \frac{\partial p}{\partial n} d\gamma_k, \quad p_{*k} = p_k^v, \quad (3)$$

где N - число скважин, γ - контур залежи, γ_k - контур k -ой скважины, q_k^v - заданный дебит k -ой скважины, $\alpha = \alpha_1^2 \sigma$, α_1^2 - коэффициент перетока

$$A = 1 / \sum_{k=1}^N (q_k^v)^2, \quad B = 1 / \iint_D (\sigma^\xi)^2 ds, \quad C = 1 / \iint_D (\alpha^\xi)^2 ds.$$

Условие оптимальности задачи (1)-(3) выводится методом минимизации функционала в регуляризации по Тихонову [1,2].

Сопряженное уравнение соответствующей задачи (1)-(3)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \alpha \psi = 0 \quad (4)$$

удовлетворяет условия

$$\psi|_{\gamma} = 0, \quad \psi|_{\gamma_k} = 2A(q_k^v - q) \quad (5)$$

При этом условия оптимальности (1)-(3) примут вид

$$J'_\sigma = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} + 2\beta_1 B (\sigma^\xi - \sigma) = 0, \quad (6)$$

$$J'_\alpha = p \psi + 2\beta_2 C (\alpha^\xi - \alpha) = 0. \quad (7)$$

При решении задачи применяется метод- метод наискорейшего спуска

$$\begin{aligned} \sigma^{(n+1)} &= \sigma^{(n)} - \tau^{(n)} J'_\sigma(\sigma^{(n)}), \quad \alpha^{(n+1)} = \alpha^{(n)} - \tau^{(n)} J'_\alpha(\sigma^{(n)}), \quad (8) \\ -\tau^{(n)} &= \frac{A \sum_{k=1}^N (q_k^v - q_k) \int_{\gamma_k} J'_\sigma(\partial p / \partial n) d\gamma_k + \beta_1 B \iint_D (\sigma^\xi - \sigma) J'_\sigma ds + \beta_2 C \iint_D (\alpha^\xi - \alpha) J'_\alpha ds}{A \sum_{k=1}^N \left(\int_{\gamma_k} J'_\sigma(\partial p / \partial n) d\gamma_k \right)^2 + \beta_1 B \iint_D (J'_\sigma)^2 ds + \beta_2 C \iint_D (J'_\alpha)^2 ds}. \quad (9) \end{aligned}$$

Для решения краевых задач (2),(3) и (4),(5) с учетом логарифмического характера давления используется метод конечных разностей. В ходе численного эксперимента исследуется сходимость процессов в зависимости от параметров регуляризации β_1 и β_2 .

Алгоритм задачи (1)-(3) осуществляется таким образом:

1. Задаются начальные приближения $\sigma^{(0)}$ и $\alpha^{(0)}$;
2. При этом вычисляется давление p из уравнения (2) с граничными условиями (3);
3. Потом определяются дебиты скважины q_k и вычисляется функционал (1). Если выполняются условия оценки функционала, то совершается выход из итерационного процесса по σ и α , если не выполняется, то осуществляется переход к следующему;
4. Аналогично вычисляется ψ из (4) с условиями (5);
5. Вычисляются градиенты функционалов из (6) и (7) и шаг градиентного метода из (9) J'_σ, J'_α ;

6. Соответственно, находятся из (8) $\sigma^{(n+1)}$ и $\alpha^{(n+1)}$.

Применим интегро-интерполяционный метод к построению разностной схемы краевой задачи (1)-(3) и (4),(5). Учитывая логарифмический характер функции давления в окрестности скважины разностный аналог уравнения (2) приводит к виду [4]

$$\begin{aligned} & \bar{\sigma}_{i+1/2,j} p_{i+1,j} + \bar{\sigma}_{i-1/2,j} p_{i-1,j} + \left[\bar{\sigma}_{i,j+1/2} p_{i,j+1} + \bar{\sigma}_{i,j-1/2} p_{i,j-1} \right] \left(\frac{hx}{hy} \right)^2 - \\ & - \left[\bar{\sigma}_{i+1/2,j} + \bar{\sigma}_{i-1/2,j} + \left(\frac{hx}{hy} \right)^2 (\bar{\sigma}_{i,j+1/2} p_{i,j+1} + \bar{\sigma}_{i,j-1/2}) \right] p_{i,j} - h_x^2 \alpha_{i,j} p_{i,j} = f_{i,j}. \quad (10) \end{aligned}$$

Здесь $i = \overline{2, m-1}$, $j = \overline{2, n-1}$, m - число узлов сетки по x , n - число узлов сетки по y , r_c - радиус скважины, $h = \min(h_x, h_y)$ - наименьший шаг сетки

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{i\pm 1/2,j} &= \sigma_{i\pm 1/2,j}, \quad \text{если } i \neq i_{k\pm 1}, j \neq j_k, \\ \bar{\sigma}_{i\pm 1/2,j} &= \eta \sigma_{i\pm 1/2,j}, \quad \text{если } i = i_{k\pm 1}, j = j_k, \\ \bar{\sigma}_{i,j\pm 1/2} &= \sigma_{i,j\pm 1/2}, \quad \text{если } i \neq i_k, j \neq j_{k\pm 1}, \\ \bar{\sigma}_{i,j\pm 1/2} &= \eta \sigma_{i,j\pm 1/2}, \quad \text{если } i = i_k, j = j_{k\pm 1}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\eta = \frac{\pi}{2 \ln(h/r_c)}, \quad f_{i,j} = 0, \quad i \neq i_k, j \neq j_k, \quad f_{i,j} = q_k, \quad i = i_k, j = j_k.$$

Разностное уравнение (10) решается методом прогонки по осям x и y .

Решение задачи (4) и (5) осуществляется аналогично уравнению (10). Разностные аналоги для градиента функционалов (6) и (7) в половинных узлах при $h_x = h_y$ примут вид

$$\begin{aligned} (J'_\sigma)_{i+\frac{1}{2},j} &= \frac{1}{2} \left[(\bar{\nabla} p \cdot \bar{\nabla} \psi)_{i',j'} + (\bar{\nabla} p \cdot \bar{\nabla} \psi)_{i',j'-1} \right] + \\ &+ \beta_1 B \left[(\sigma_{i',j'}^g - \sigma_{i',j'}) + (\sigma_{i',j'-1}^g - \sigma_{i',j'-1}) \right], \\ (J'_\sigma)_{i-\frac{1}{2},j} &= \frac{1}{2} \left[(\bar{\nabla} p \cdot \bar{\nabla} \psi)_{i'-1,j'} + (\bar{\nabla} p \cdot \bar{\nabla} \psi)_{i'-1,j'-1} \right] + \\ &+ \beta_1 B \left[(\sigma_{i'-1,j'}^g - \sigma_{i'-1,j'}) + (\sigma_{i'-1,j'-1}^g - \sigma_{i'-1,j'-1}) \right], \\ (J'_\sigma)_{i,j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} \left[(\bar{\nabla} p \cdot \bar{\nabla} \psi)_{i',j'} + (\bar{\nabla} p \cdot \bar{\nabla} \psi)_{i'-1,j'} \right] + \\ &+ \beta_1 B \left[(\sigma_{i',j'}^g - \sigma_{i',j'}) + (\sigma_{i'-1,j'}^g - \sigma_{i'-1,j'}) \right], \\ (J'_\sigma)_{i,j-\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} \left[(\bar{\nabla} p \cdot \bar{\nabla} \psi)_{i',j'-1} + (\bar{\nabla} p \cdot \bar{\nabla} \psi)_{i'-1,j'-1} \right] + \\ &+ \beta_1 B \left[(\sigma_{i',j'-1}^g - \sigma_{i',j'-1}) + (\sigma_{i'-1,j'-1}^g - \sigma_{i'-1,j'-1}) \right], \\ (J'_\alpha)_{i+\frac{1}{2},j} &= \frac{1}{2} \left[(p \psi)_{i',j'} + (p \psi)_{i',j'-1} \right] + \\ &+ \beta_2 C \left[(\alpha_{i',j'}^g - \alpha_{i',j'}) + (\alpha_{i'-1,j'}^g - \alpha_{i'-1,j'}) \right], \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
(J'_\alpha)_{i-\frac{1}{2},j} &= \frac{1}{2}[(p\psi)_{i-1,j'} + (p\psi)_{i-1,j'-1}] + \\
&+ \beta_2 C [(\alpha_{i-1,j'}^\xi - \alpha_{i-1,j'}) + (\alpha_{i-1,j'-1}^\xi - \alpha_{i-1,j'-1})] \\
(J'_\alpha)_{i,\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2}[(p\psi)_{i,j'} + (p\psi)_{i-1,j'}] + \\
&+ \beta_2 C [(\alpha_{i,j'}^\xi - \alpha_{i,j'}) + (\alpha_{i-1,j'}^\xi - \alpha_{i-1,j'})] \\
(J'_\alpha)_{i,j-\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2}[(p\psi)_{i,j'-1} + (p\psi)_{i-1,j'-1}] + \\
&+ \beta_2 C [(\alpha_{i,j'-1}^\xi - \alpha_{i,j'-1}) + (\alpha_{i-1,j'-1}^\xi - \alpha_{i-1,j'-1})]
\end{aligned}$$

где i', j' - узлы дополнительной сетки, проведенной через центра ячеек основной.

Запишем разностный аналог для выражения $\int_{\gamma_k} J'_\sigma \frac{\partial p}{\partial n} d\gamma_k$ в формуле (9)

$$\begin{aligned}
\nabla Q_{i,j} &= \frac{\pi}{2 \ln(R/r_c)} \left\{ (J'_\sigma)_{i+\frac{1}{2},j} p_{i+1,j} + (J'_\sigma)_{i-\frac{1}{2},j} p_{i-1,j} + (J'_\sigma)_{i,j-\frac{1}{2}} p_{i,j-1} + \right. \\
&\left. + (J'_\sigma)_{i,j+\frac{1}{2}} p_{i,j+1} \left[(J'_\sigma)_{i+\frac{1}{2},j} + (J'_\sigma)_{i-\frac{1}{2},j} + (J'_\sigma)_{i,j-\frac{1}{2}} + (J'_\sigma)_{i,j+\frac{1}{2}} \right] p_{i,j} \right\}.
\end{aligned}$$

Тогда шаг градиентного метода вычисляется по следующему выражению

$$-\tau^{(n)} = \frac{A \sum_{k=1}^N (q_k^v - q_k) \nabla Q_{i,j} + \beta_1 B \iint_D (\sigma^\xi - \sigma) J'_\sigma ds + \beta_2 C \iint_D (\alpha^\xi - \alpha) J'_\alpha ds}{A \sum_{k=1}^N (\nabla Q_{i,j})^2 + \beta_1 B \iint_D (J'_\sigma)^2 ds + \beta_2 C \iint_D (J'_\alpha)^2 ds}. \quad (13)$$

Воспользуясь примером [2], проведем расчеты для квадратной области D со стороной 1375 м. На этой области аналогично построим сетку с шагом $h_x = h_y = 125$ м (рис.1). Пусть неоднородный залежь разделен на четыре участка, в каждом из которых геологические гидропроводности и приведенный коэффициент перетока являются постоянными величинами.

На участке работают три (1,3,4) добывающей скважины, одна (2) нагнетательная. В табл.1 даны координаты этих скважин, их забойные давления и замеренные дебиты, а также геологическая гидропроводность и приведенный коэффициент перетока.

Таблица 1

№ скваж.	x	y	p_k^v (ат)	q_k^v (м ³ / сут)	σ^ξ $\left(\frac{\text{даp} \cdot \text{м}}{\text{снз}}\right)$	σ^α $\left(\frac{\text{даp} \cdot \text{м}}{\text{снз}}\right)$
1	5	4	92,0	16,91	0,072	0
2	10	4	277,0	-234,13	0,959	$0,959 \cdot 10^{-8}$
3	4	9	84,0	32,47	0,560	$0,560 \cdot 10^{-9}$
4	9	10	71,0	55,36	0,534	$0,534 \cdot 10^{-8}$

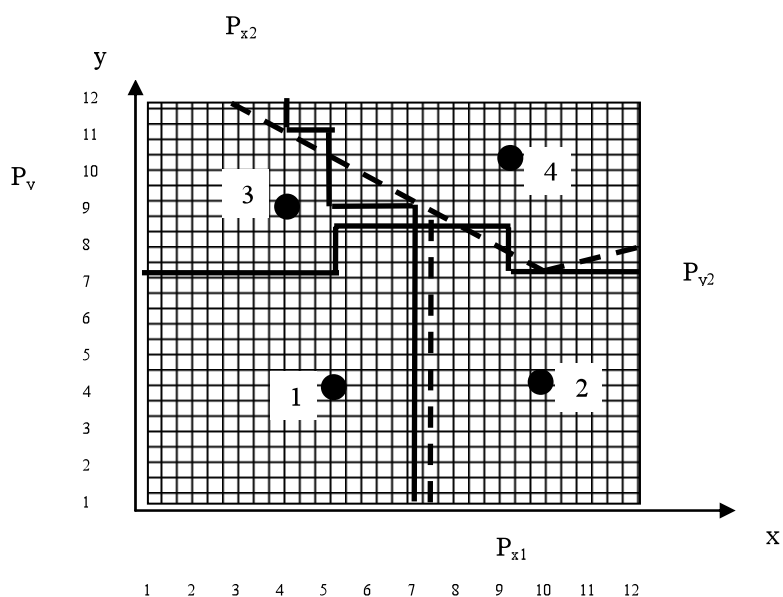


Рис. 1

Значения давления на сеточной границе области D представлены на табл.2.

Таблица 2

№ узлов	$P_{x1} (at)$	$P_{x2} (at)$	$P_{y1} (at)$	$P_{y2} (at)$
1	138,96	188,01	138,96	189,29
2	142,65	185,88	135,36	183,26
3	147,65	175,82	131,85	179,58
4	153,78	165,35	130,24	178,59
5	160,28	157,84	132,75	170,84
6	161,06	153,34	137,73	161,02
7	161,31	151,83	143,78	151,70
8	163,39	153,39	150,55	144,15
9	167,71	148,90	158,7	138,93
10	173,68	144,88	108,66	136,48
11	179,29	144,03	178,22	139,00
12	189,29	146,58	188,01	146,58

Пусть радиус скважины равен $r_c = 0,10 м$. Возьмем нулевые приближения гидропроводности и приведенный коэффициент перетока во всех точках сетки, соответственно, $4 \frac{дар \cdot м}{спз}$ и $10^{-8} \frac{дар}{спз \cdot м}$.

Сходимость итерационного процесса вычисления гидропроводности и приведенного коэффициента перетока показывается в процессе численного вычисления. Функционал (1) перепишем в дробном виде

$$J = \sum_{k=1}^N (q_k^v - q_k)^2 + \beta_1 \frac{B}{A} \iint_D (\sigma^g - \sigma)^2 ds + \beta_2 \frac{C}{A} \iint_D (\alpha^g - \alpha)^2 ds. \quad (14)$$

Минимизируется функционал (14) при граничных условиях (2) и (3). Расчеты проведены по предложенному в [2] алгоритму и параметры регуляризации выбраны $\beta_1 \sim \beta_2 = 0,01$.

Отметим, что проведены расчеты для гидропроводности и приведенного коэффициента перетока в узлах сетки.

Проведенные расчеты для гидропроводности и приведенного коэффициента перетока в узлах сетки даны в табл. 3.

Таблица 3

№ скваж.	Факт. дебит ($\text{м}^3/\text{сут}$)	Вычис. q_k ($\text{м}^3/\text{сут}$)	Достоверность результ.	Вычис. σ ($\frac{\partial ap \cdot \text{м}}{\text{снз}}$)	Вычис. α ($\frac{\partial ap}{\text{снз} \cdot \text{м}}$)
1	15,9	16,2	98,1%	0,035	0
2	-232,05	-231,8	99,8%	0,28	$0,3 \cdot 10^{-8}$
3	30,55	31,9	95,7%	0,056	$0,44 \cdot 10^{-9}$
4	53,45	53,85	99,2%	0,091	$0,08 \cdot 10^{-10}$

Условием выхода из итерационного процесса является одновременно выполнение четырех неравенств

$$|J_1^{(n+1)} - J_1^{(n)}| \leq \varepsilon_1, |J_2^{(n+1)} - J_2^{(n)}| \leq \varepsilon_2, |J_3^{(n+1)} - J_3^{(n)}| \leq \varepsilon_3, |\tau^{(n+1)} - \tau^{(n)}| \leq \varepsilon_4,$$

где

$$J_1 = \sum_{k=1}^N (q_k^v - q_k)^2; J_2 = \beta_1 \frac{B}{A} \iint_D (\sigma^g - \sigma)^2 ds, J_3 = \beta_2 \frac{C}{A} \iint_D (\alpha^g - \alpha)^2 ds.$$

Расчеты показывают, что с уменьшением $\beta_1 \sim \beta_2 = 1; 0,1; 0,01; 0$, улучшается сходимость процесса как и работе [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981, 400с.
2. Булыгин В.Я., Тузова Н.В. Идентификация гидропроводности участка залежи нефти. Исследование по подземной гидродинамике. Казань, Из-во КГУ, 1991, с.12-22.
3. Гусейнзаде М.А., Колосовская А.К. Упругий режим в однопластовых и многопластовых системах. М.:Недра, 1972, 456с.
4. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989, 432с.

NEFT YATAĞI SAHƏSİNDƏ AXIN PARAMETRLƏRİNİN İDENTİFİKASİYASININ MÜSTƏVİ MƏSƏLƏSİ

T.Q.RAMAZANOV, R.Ə.MƏMMƏDZADƏ

XÜLASƏ

İşdə neft yatağının quruluşunun və hidrodinamik parametrlərinin geofiziki məlumatlarını nəzərə almaqla hidrokeçiricilik və arakəsmədən axın əmsalının identifikasiyası məsələsi tədqiq olunur. Verilmiş məlumatlara əsasən, yataq sahəsi quyu ətrafında arakəsmələrdə axına və quyularda hidrokeçiriciliyə görə qeyri-bircins zonalara ayrılır. Müstəvi süzülmə məsələsində identifikasiya prosesinin hesabı üçün ədədi alqoritm təklif olunur.

**A PLANE PROBLEM OF IDENTIFICATION OF FLOW PARAMETERS
IN OIL POOL AREA**

T.G.RAMAZANOV, R.A.MAMEDZADE

SUMMARY

In the paper the problem of accounting of geophysical information by hydrodynamic parameter of structure of oil stratum at identification of hydropermeability and reduced cross-flow coefficient is investigated. Allowing for these data on hydropermeability in wells and by cross-flow girt the oil pool is separated into zones of inhomogeneity around a well. The numerical algorithm is suggested on basis of which computation of a plane problem of identification of flow parameters in oil pool area is led.